

文章编号: 1000-8055 (2001) 0-01-0059-04

直升机旋翼/机身耦合系统气动/机械稳定性分析

王浩文¹, 高 正¹, 郑兆昌²

1 南京航空航天大学 直升机技术研究所, 江苏 南京 210016;

2 清华大学 工程力学系, 北京 100084

摘要: 考虑了铰接式旋翼桨叶绕挥舞、摆振和变距铰的整体刚性运动与桨叶中等弹性变形之间的动力学耦合作用, 将直升机机身和传动轴作为弹性体。通过构造一种特殊的 24 自由度刚柔混合单元得到旋翼/机身耦合系统的周期时变动力学方程, 根据 Floquet 理论对稳态周期解的稳定性进行研究。计算结果表明, 旋翼轴的截面刚度对旋翼/机身耦合系统的气动/机械稳定性有一定的影响。

关键词: 旋翼/机身耦合; 气动/机械稳定性; 刚柔混合单元

中图分类号: V 214.3⁺4

文献标识码: A

1 引言

早期的直升机旋翼/机身耦合系统气动/机械稳定性问题来源于铰接式直升机的地面共振。随着无铰式直升机的出现, 增强了桨叶挥舞、摆振和扭转之间的耦合以及直升机旋翼与机身之间的耦合, 产生了变距—挥舞、挥舞—摆振以及空中共振等动不稳定现象。国外通过大量的理论与试验研究逐步认识到“直升机气动/机械稳定性是由复杂的气动、惯性和弹性力之间相互作用所引起的非线性现象”^[1], 为此引入了中等变形梁理论^[2,3]及有限元等方法^[4]。最近 Yeo 和 Chopra 针对跷跷板式直升机 AH-1G 计算了旋翼/机身耦合系统的气弹响应^[5], 机身采用了弹性线方法, 考虑了跷跷板式旋翼系统绕桨毂中心的刚性挥舞运动。程永明等采用分割—迭代的方法求解旋翼/机身耦合系统的气弹响应^[6], 建模中更一般性地将桨叶绕挥舞、摆振和变距铰的转角作为广义坐标。在文献 [7] 中, 作者研究了孤立桨叶的气弹稳定性问题, 本文通过构造一种 24 自由度的刚柔混合单元得到旋翼/机身耦合系统的周期时变动力学方程, 根据 Floquet 理论对周期解的稳定性进行

了研究。

2 坐标系统及位移场

为了描述直升机桨叶复杂的结构型式及运动特点, 建立旋翼/机身耦合的动力学方程, 在文献 [7] 坐标系统的基础上引入新的惯性坐标系 R_b : $O_b X_b Y_b Z_b$, 其坐标原点位于未变形前机身与旋翼传动轴的联接点, 基矢量为 $[\vec{i}_b \ \vec{j}_b \ \vec{k}_b]^T$ 。该惯性坐标系与桨毂不旋转坐标系之间的转换关系为:

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_{h0} \\ \vec{j}_{h0} \\ \vec{k}_{h0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \varphi_{3h} & -\varphi_{2h} \\ -\varphi_{3h} & 1 & \varphi_{1h} \\ \varphi_{2h} & -\varphi_{1h} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_b \\ \vec{j}_b \\ \vec{k}_b \end{bmatrix} = [T]_h \begin{bmatrix} \vec{i}_b \\ \vec{j}_b \\ \vec{k}_b \end{bmatrix} \quad (1)$$

$[\varphi_{1h} \ \varphi_{2h} \ \varphi_{3h}]^T$ 为传动轴桨毂中心处的转角位移。于是在机身惯性坐标系下, 变形后桨叶上轴向坐标为 x 、截面坐标为 $(\eta \ \xi)$ 的点 P 的矢径 $\vec{R}$ 为:

$$\vec{R} = [X_h + x_h \ Y_h + y_h \ Z_h + z_h] \begin{bmatrix} \vec{i}_b \\ \vec{j}_b \\ \vec{k}_b \end{bmatrix} +$$

收稿日期: 2000- 05- 10; 修订日期: 2000- 10- 12

基金项目: 航空科学基金资助项目 (00A 52003); 国防科技预研重点资助项目 (37. 6. 1. 1)

作者简介: 王浩文 (1969-), 男, 南京航空航天大学直升机技术研究所, 博士后

$$\begin{aligned}
 & [e \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \vec{i}_h \\ \vec{j}_h \\ \vec{k}_h \end{bmatrix} + [d \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \vec{i}_f \\ \vec{j}_f \\ \vec{k}_f \end{bmatrix} + \\
 & [a \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \vec{i}_l \\ \vec{j}_l \\ \vec{k}_l \end{bmatrix} + [s \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \vec{i}_p \\ \vec{j}_p \\ \vec{k}_p \end{bmatrix} + \\
 & [x + u \ v \ w] \begin{bmatrix} \vec{i}_s \\ \vec{j}_s \\ \vec{k}_s \end{bmatrix} + [0 \ \eta \ \xi] \begin{bmatrix} \vec{i}_\eta \\ \vec{j}_\eta \\ \vec{k}_\eta \end{bmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中: $[X_h \ Y_h \ Z_h]$ 和 $[x_h \ y_h \ z_h]$ 分别为惯性坐标系下桨毂中心的位置坐标及弹性位移。 e 为挥舞铰外伸量; d 为摆振铰至挥舞铰的长度; a 为摆振铰至变矩铰的长度; s 为后掠角前段桨叶长度; $[u \ v \ w]$ 为 P 点在未变形坐标系下的弹性位移。由 (2) 式利用坐标系间的转换关系 (见文献 [7]) 可以得到惯性坐标系下 P 点的速度 $\dot{R}$ 和加速度 $\ddot{R}$ 。

3 旋翼/机身耦合系统的运动方程

由 (2) 式, 在惯性坐标系下, 桨叶单元动能变分可以表示为广义力 Q_i^T 在广义坐标 q_i^E 上所做的虚功:

$$\begin{aligned}
 \delta \int_0^t dt \iiint T &= \iiint t \delta \iiint \frac{1}{2} \rho R \cdot \dot{R}^T dV \\
 &= - \sum_{i=1}^{24} \int_0^t Q_i^T \delta q_i^E dt \quad (3)
 \end{aligned}$$

其中: 前 15 个广义坐标为有限元离散时的桨叶单元节点位移; 广义坐标 q_{16}^E , q_{17}^E 和 q_{18}^E 为桨叶挥舞、摆振和变矩刚性转角 β , ξ , θ [7]; q_i^E ($i = 19, \dots, 24$) 是桨毂中心点的弹性位移 $[x_h \ y_h \ z_h \ \varphi_h \ \varphi_{2h} \ \varphi_{3h}]^T$ 。

将直升机机体作为线弹性结构, 经过有限元离散化处理, 机体的动能及势能可以表示为:

$$\begin{aligned}
 T^B &= \frac{1}{2} \{q_B\}^T [M_B] \{q_B\} \\
 E^B &= \frac{1}{2} \{q_B\}^T [K_B] \{q_B\}
 \end{aligned} \quad (4)$$

$\{q_B\}^T$ 为机身广义坐标列阵, 自由度为 N_f 。 $[M_B]$ 和 $[K_B]$ 为机身总质量阵和刚度阵。旋翼/机身耦合系统总的动能、势能及外力功为:

$$\begin{aligned}
 T &= T^B + \sum_{k=1}^{NB} \sum_{i=1}^{NE} T_{ki}^b \\
 E &= E^B + \sum_{k=1}^{NB} \sum_{i=1}^{NE} E_{ki}^b \\
 W &= \sum_{k=1}^{NB} \sum_{i=1}^{NE} W_{ki}^b
 \end{aligned} \quad (5)$$

式中 T_{ki}^b , E_{ki}^b 和 W_{ki}^b 分别表示第 k 片桨叶的第 i 梁

段的动能、弹性势能以及气动力虚功 [7], NB 为桨叶片数, NE 为每片桨叶所划分的单元总数。将上式代入 Hamilton 原理, 通过逐级隐式推导, 得到由广义力表达的桨叶非线性动力学方程:

$$\begin{aligned}
 & Q_{ki}^T(\ddot{q}_{ki}, \dot{q}_{ki}, q_{ki}, t) + Q_{ki}^E(q_{ki}) + \\
 & Q_{ki}^A(\ddot{q}_{ki}, \dot{q}_{ki}, t) + Q_{ki}^C(\ddot{q}_{ki}, \dot{q}_{ki}, t) = 0 \\
 & (i = 1, 2, \dots, Nb + 6; k = 1, \dots, NB) \quad (6)
 \end{aligned}$$

以及机体运动方程

$$[M_B] \{\ddot{q}_B\} + [C_B] \{\dot{q}_B\} + [K_B] \{q_B\} = 0 \quad (7)$$

(6) 式中 q_{ki} , $\dot{q}_{ki}$ 和 $\ddot{q}_{ki}$ 为单片桨叶以及桨毂中心传动轴的广义位移、速度和加速度; Nb 为单片桨叶自由度, 包括有限元离散化处理获得的节点弹性位移和挥舞、摆振以及扭转刚性转角。右上标 T , E , A 和 C 分别表示来自动能、弹性势能、空气动力及操纵输入的广义力。需要指出的是, 各片桨叶的运动方程 (6) 之间以及它们与机身运动方程 (7) 之间通过桨毂中心传动轴的 6 个广义坐标 x_h , y_h , z_h , φ_h , φ_{2h} 和 φ_{3h} 相互耦合。

4 旋翼/机身耦合系统摄动方程

前飞状态下的旋翼/机身耦合系统的气动/机械稳定性是指由运动方程 (6) 和 (7) 式所获得的非线性周期解的稳定性。将方程 (6) 的解表示为稳态解 $\hat{q}_{ki}(t)$, $\hat{\dot{q}}_{ki}(t)$ 和 $\hat{\ddot{q}}_{ki}(t)$ 与摄动解 $\Delta q_{ki}(t)$, $\Delta \dot{q}_{ki}(t)$ 和 $\Delta \ddot{q}_{ki}(t)$ 之和。代入运动方程 (6), 经过 Taylor 级数展开, 保留常数及一阶项, 得到摄动方程:

$$\begin{aligned}
 M_{ij}^k [\hat{q}_{kl}(t)] \Delta \ddot{q}_j + C_{ij}^k [\hat{q}_{kl}(t), \hat{\dot{q}}_{kl}(t), t] \Delta \dot{q}_j + \\
 K_{ij}^k [\hat{q}_{kl}(t), \hat{\dot{q}}_{kl}(t), t] \Delta q_j = Q_i^k
 \end{aligned}$$

$$i, j, l = 1, 2, \dots, Nb + 6; k = 1, \dots, NB \quad (8)$$

由于 (8) 式所表达的各片桨叶的运动方程之间以及它们与机身运动方程 (7) 之间通过桨毂中心的 6 个广义坐标相互耦合, 所以在进行各片桨叶及机身的质量、阻尼和刚度阵组集时, 对桨毂中心的 6 个广义坐标进行特别处理。系统总的自由度为 $N = NB \times Nb + N_f$ 。

上式推导中对桨叶绕挥舞、摆振和变距的刚性运动未做任何限制, 同时采用了非线性的中等变形梁理论, 因此体现了桨叶整体刚性运动与其自身的弹性运动之间的耦合。根据柔性多体动力学理论 [8], 控制方程具有时变的特点。同时由于前飞状态下非对称气动力的影响, 耦合系统的运动方程具有周期性, 周期为 $T_0 = 2\pi / N_b \Omega$ 。本文采用 Floquet 理论对解的稳定性进行研究。转换矩阵的求解见文献 [7]。

5 数值算例及结果

本文算例取自国产某新型直升机, 部分数据见文献 [6]。首先计算旋翼/机身耦合系统前飞状态下的气弹响应。图 1 给出了考虑旋翼/机身耦合与不考虑机身耦合桨尖摆振方向弹性变形。可以看出对于目前研究的这种具有铰接式旋翼特点的直升机, 耦合对桨叶弹性变形的影响不大。随后的稳定性分析结果表明耦合系统是稳定的。

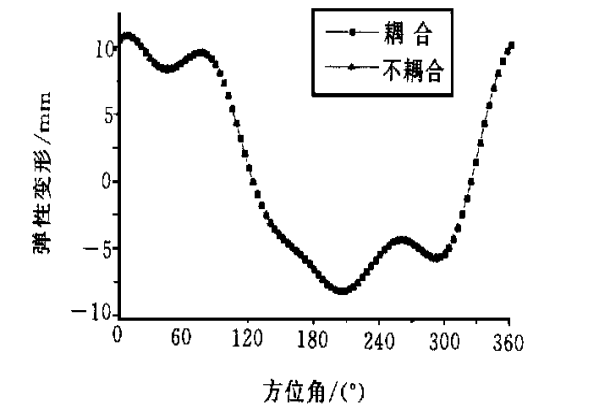


图 1 桨尖摆振方向弹性变形与方位角关系

该型号直升机的传动轴为圆柱体, 计算中将其作为均匀梁结构。为了研究传动轴刚度对稳定性的影响, 将原直升机传动轴的弯曲和扭转载面

刚度降低一半, 结果发现耦合系统不稳定, 表 1 给出了相应的前十阶特征乘子和特征因子。

图 2 是最大的特征因子随传动轴截面刚度的变化曲线。其中横坐标表示假想的传动轴截面弯曲刚度 EJ 与真实刚度 EJ_0 的比值 τ 。从中可以看出传动轴截面刚度的降低会影响耦合系统的稳定性, 从而说明在进行旋翼/机身耦合系统分析时, 考虑传动轴的弯曲刚度的影响是完全必要的, 而且在进行直升机结构设计时, 传动轴的截面刚度不宜过低。

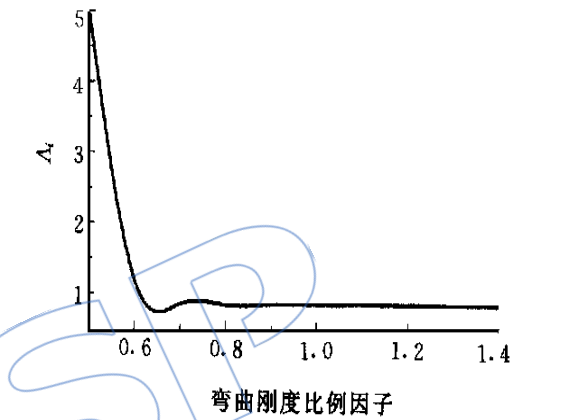


图 2 特征因子随弯曲刚度比例因子的变化曲线

最后研究挥舞铰刚度的改变对单片桨叶以及旋翼/机身耦合系统稳定性的影响。表 2 给出了不

表 1 传动轴截面刚度对稳定性的影响

	真实刚度		刚度减半	
	特征乘子 λ	特征因子 Λ_i	特征乘子 λ	特征因子 Λ_i
1	$0.4751 \pm 0.8075i$	0.8778	$2.2270 \pm 0.0000i$	4.9594
2	$0.2927 \pm 0.8357i$	0.7840	$0.3704 \pm 0.8103i$	0.7939
3	$0.2018 \pm 0.8478i$	0.7595	$0.2979 \pm 0.8262i$	0.7713
4	$-0.5330 \pm 0.5707i$	0.6098	$0.1774 \pm 0.6845i$	0.5000
5	$0.4484 \pm 0.4169i$	0.3749	$0.4453 \pm 0.4160i$	0.3713

表 2 挥舞铰刚度的改变对稳定性的影响

序号	挥舞频率 ω	摆振频率 ω	变距频率 ω	旋翼/机身耦合 Λ_i	单片桨叶 Λ_i
1	0.1215	0.6072	13.0415	0.87600	0.58289
2	0.1583	0.6072	13.0421	0.87552	0.58225
3	0.1832	0.6072	13.0426	0.87374	0.58175
4	0.3575	0.6072	13.0477	1.2884	0.57767
5	0.4612	0.6072	13.0523	1.5877	0.57536
6	1.0700	0.6072	13.1038	1.9722	0.56816

旋转状态下挥舞、摆振和变距的第一阶频率与旋转角频率的比值以及对单片桨叶和旋翼/机身耦合系统分别进行稳定性计算后获得的最大特征因子 Λ_0 。增加挥舞铰刚度之后, 桨叶第一阶挥舞和变距模态频率会增加, 摆振频率保持不变, 说明对于目前所计算的旋翼桨叶挥舞与摆振之间不存在耦合。另外还可以看到挥舞铰刚度的增加尽管对桨叶的稳定性影响很小, 却引起旋翼/机身耦合系统的不稳定。进一步说明机身的动力学耦合效应将影响甚至改变系统整体的稳定性。因此在直升机的设计过程中, 桨叶的稳定性分析结果不能替代旋翼/机身耦合系统的稳定性特性。

6 结 论

本文在建模中计入了机身和传动轴弹性的影响, 桨叶采用中等变形梁理论, 同时考虑了桨叶绕挥舞、摆振及变距铰的刚性运动。将传动轴在桨毂点的 6 个弹性变形量作为广义坐标, 结合单元节点位移和挥舞、摆振以及变距刚性转角, 构造了一种 24 自由度刚柔混合单元。由此推导出旋翼/机身耦合系统动力学方程。根据 Floquet 理论对系统的稳定性进行研究。对国产某型号的旋翼/机身耦合系统的稳定性进行了分析。结果表明该直升机系统在给定的前飞状态下是稳定的。但是降低旋翼传动轴弯曲刚度之后出现不稳定现象, 一方面说明传动轴的弹性影响对于旋翼/机身耦合系统的稳定性分析不容忽视, 另外在进行直升机结构设计时, 传动轴的弯曲刚度不宜过低。通

过增加挥舞铰刚度的办法模拟无铰式旋翼的工作情况, 虽然挥舞和摆振方向不存在结构耦合, 但是适当加大挥舞铰刚度后增加了旋翼和机身之间的耦合作用, 导致耦合系统不稳定。

参考文献

- [1] Chopra I. Perspectives in aeromechanical stability of helicopter rotors [C]. The American Helicopter Society National Specialist's Meeting on Rotorcraft Dynamics, Arlington, Texas, November, 1989.
- [2] Hodges D H, Dowell E H. Nonlinear Equations of Motion for the Elastic Bending and Torsion of Twisted Non-Uniform Blades [R]. NASA TN- 7818, 1974.
- [3] Rosen A, Friedmann P. Nonlinear Equations of Equilibrium for Elastic Helicopter or Wind Blades Undergoing Moderate Deformation [R]. NASA CR- 159478 1978.
- [4] Sivaneri N T, Chopra I. Finite Element Analysis for Bearingless Rotor Blade Aeroelasticity [J]. J. AHS, 1984, 29 (2).
- [5] Yeo H, Chopra I. Effects of Modeling Refinements on Coupled Rotor/Fuselage Vibration Analysis [C]. American Helicopter Society 54th Annual Forum, Washington, DC, May 20- 22, 1998.
- [6] 程永明, 任革学, 郑兆昌. 直升机旋翼/机身耦合系统的气弹响应分析 [J]. 应用力学学报, 1999, 2.
- [7] 王浩文, 高正, 郑兆昌. 前飞状态下直升机旋翼系统气弹响应及稳定性分析 [J]. 振动工程学报, 1999, 4.
- [8] 陆佑方. 柔性多体系统动力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.

(责任编辑 王震华)

Aeromechanical Stability Analysis of the Coupled Rotor/Fuselage System

WANG Hao-wen¹, GAO Zheng¹, ZHENG Zhao-chang²

1. Department of Aircraft, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics 210016, China;
2. Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China

Abstract The periodic time-varying equations of motion of the coupled rotor/fuselage system are formulated by building a new 24DOF coupled rigid/elastic element which includes 15 nodal deformation from the finite element discretization, 3 rigid rotation of the flap, lag and pitch motion and 6 elastic deformation of the hub. Then they can analyze the elasticity of shaft and fuselage of helicopters by the finite element method. The dynamic coupling effects between the rigid motion of blades about the flap, lag and pitch hinges and moderately large elastic deflections are taken into account. After deriving linearized perturbation equations about the known equilibrium position, the stability is studied with the Floquet theory. Results show that the sectional stiffness of the shaft has a considerable effect on the stability of the coupled rotor/fuselage system.

Key words: coupled rotor/fuselage; aeromechanical stability; rigid/elastic element